Licenciatura em Física - Campus Natal/Central

Prof. Tibério Alves, D. Sc.

Eletromagnetismo Clássico I - 2019.2

Lista desfiadora II - A equação de Leplace

8 de setembro de 2019

Questão 1. (2,0 pontos) Considere um tubo de área de secção quadrada de lado a muito longo, se estendendo no eixo cartesiano z, como indica a figura 1 a seguir. As placas metálicas em $y = 0$, $y = a$ e $x = a$ estão aterradas ($V = 0$), ao passo que a superfície lateral em $x = 0$ é mantida sob potencial $V_0(y)$, isolada eletricamente das demais faces (coladas às demais por material isolante).

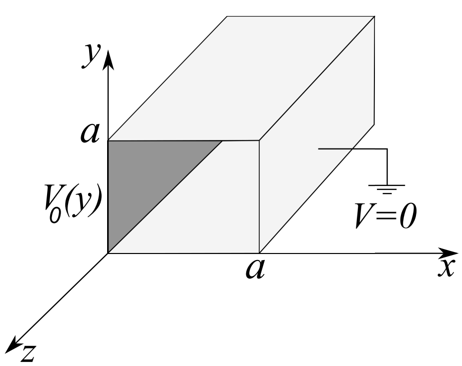

Figura 1: Ilustração de um corte da secção quadrada de um tubo longo. As placas metálicas em $y = 0$, $y = a$ e $x = a$ estão aterradas, ao passo que a superfície lateral em $x = 0$ é mantida sob potencial controlado $V_0(y)$.

Considerando o exposto:

(a) Determine a solução para o o potencial elétrico $V(x, y)$ dentro do tubo, dependo da função $V_0(y)$.

(b) Considerando $V_0(y) = V_0 \sin(2\pi y/a)$, determine a solução neste caso.

(c) Considere agora que $V_0(y) = V_0$. Determine a solução e a densidade superficial na placa em $x = 0$ considerando-a um placa condutora.

Questão 2. (2,0 pontos) Um cubo de lado a possui 5 de suas 6 faces ($x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a$ e $z = a$) constituídas de placas condutoras estando todas aterradas, como indica figura 2 a seguir. Em $z = 0$ a superfície apresenta potencial elétrico especificado por uma função $V_0(x, y)$, e isolada eletricamente das demais faces por colas isolantes.

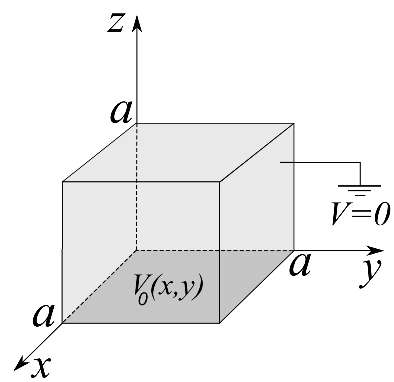

Figura 2: Cubo de lado a aterrado em todas as faces, exceto em $z = 0$, onde o potencial elétrico é especificado por $V_0(x, y)$.

Considerando o exposto:

(a) Determine a solução para o potencial elétrico $V(x, y, z)$ dentro do cubo, em termos da função $V_0(x, y)$.

(b) Determine a solução considerando $V_0(x, y) = V_0 \sin(\pi y/a) \sin(\pi x/a)$.

Questão 3. (2,0 pontos) Considere um cilindro metálico infinito ao longo da direção z, com seu eixo coincidindo com o eixo z de raio R, posto numa região onde há uma campo elétrico inicialmente uniforme $\vec{E} = E_0\hat{y}$, como indica a figura 3 a seguir. condições de contorno:

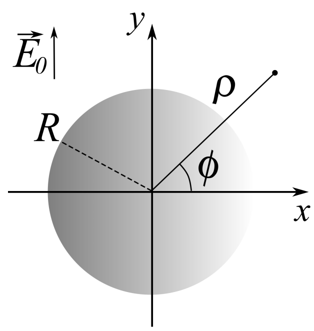

Figura 3: Representação esquemática de um sistema de coordenadas em uma secção transversal de um cilindro condutor longo de raio R, posto numa região com campo elétrico inicialmente uniforme $\vec{E}_0 = E_0\hat{y}$. As coordenadas assumidas são as coordenadas cilíndricas polares (ρ, ϕ).

Determine:

(a) o potencial elétrico na região externa ao cilindro.

(b) o campo elétrico na região externa ao cilindro.

(c) a densidade superficial de carga no cilindro.

(d) a pressão eletrostática imposta sobre a superfície do cilindro condutor.

Questão 4. (2,0 pontos) Considere a solução para o potencial elétrico $V(\rho, \phi)$ em coordenadas cilíndricas independente de z, para $k \neq 0$, para um cilindro de raio R. A solução para o potencial elétrico fora deste cilindro ($\rho \geq R$) é dada por

$$V_f(\rho, \phi) = \sum_{k\neq 0} \rho^{-k} \left(A_k \sin k\phi + B_k \cos k\phi\right),$$

Ao passo que para dentro deste cilindro ($\rho \leq R$) é dada por

$$V_d(\rho, \phi) = \sum_{k\neq 0} \rho^{k} \left(C_k \sin k\phi + D_k \cos k\phi\right).$$

(a) Determine quais as relações entre os A_k e C_k e também entre os B_k e D_k usando a condição de continuidade do potencial elétrico em $\rho = R$.

(b) Dado um potencial $V(R, \phi) = V(\phi)$ especificado da superfície cilíndrica, determine os A_k, B_k, C_k e D_k em termos de $V(\phi)$.

(c) Seja um cilindro composto por dois semicilindros condutores. Um deles fica compreendido em $0 < \phi < \pi$ mantido em um potencial elétrico uniforme V_0. O outro fica compreendido em $\pi < \phi < 2\pi$ mantido em um potencial elétrico uniforme $-V_0$. Determine os coeficiente A_k, B_k, C_k e D_k e escreva a solução para o potencial elétrico dentro e fora do cilindro.

(d) Faça um gráfico para o potencial $V(R, \phi)$ em $0 < \phi < 2\pi$ apresentando a solução exata, bem como a solução aproximada até 4 termos.

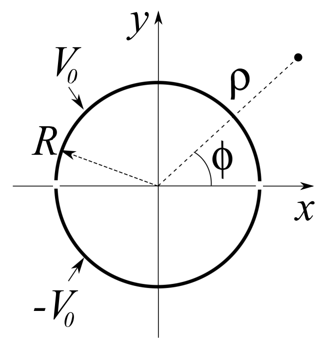

Figura 4: Semicilindros condutores. Um deles fica compreendido em $0 < \phi < \pi$ mantido em um potencial elétrico uniforme V_0. O outro fica compreendido em $\pi < \phi < 2\pi$ mantido em um potencial elétrico uniforme $-V_0$.

Questão 5. (2,0 pontos) Considere uma superfície esférica de raio R com potencial elétrico especificado $V(\theta) = V_0 \cos^2(\theta/2)$, com V_0 sendo uma constante, determine:

(a) O potencial elétrico dentro e fora da superfície esférica.

(b) O campo elétrico dentro e fora da superfície esférica.

(c) A densidade superficial de carga $\sigma(\theta)$.

Questão 6. Considere uma distribuição superficial de carga em uma esfera de raio R, que consiste em um hemisfério superior com densidade uniforme σ de carga e um hemisfério inferior com densidade nula (veja a figura 5 a seguir).

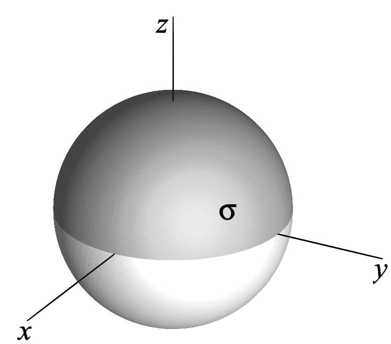

Figura 5: Superfície esférica de raio R, com um hemisfério superior com densidade uniforme σ e um hemisfério inferior com densidade nula.

Isto é,

$$\sigma(\theta) = \begin{cases} \sigma, & 0 \leq \theta < \pi/2 \\ \\ 0, & \pi/2 < \theta \leq \pi. \end{cases}$$

Sendo assim, determine o potencial elétrico dentro e fora da superfície esférica. Mostre que seu resultado para o potencial elétrico é compatível com o resultado obtido pela lei de Coulomb para pontos no eixo z.