Consequência Semântica

Thiago Medeiros Barros

19/08/2013

Lógica Proposicional

Semântica (= significado):

- Em lógica proposicional consiste na atribuição de valores-verdade às fórmulas da linguagem;
- Em lógica clássica: verdadeiro (1) e falso (0);
- Os valores-verdade são associados aos símbolos proposicionais por meio de uma função de valoração $\mathcal{V}$: $\mathcal{P} \rightarrow \{0,1\}$.

Lógica Proposicional

- Para as fórmulas complexas:
  1. $\mathcal{V}(\neg \mathcal{A}) = 1$ sse $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 0$;
  2. $\mathcal{V}(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) = 1$ sse $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 1$ e $\mathcal{V}(\mathcal{B}) = 1$;
  3. $\mathcal{V}(\mathcal{A} \vee \mathcal{B}) = 1$ sse $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 1$ ou $\mathcal{V}(\mathcal{B}) = 1$;
  4. $\mathcal{V}((\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}) = 1$ sse $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 0$ ou $\mathcal{V}(\mathcal{B}) = 1$.

Lógica Proposicional

- Satisfazibilidade, Validade, Tabelas-verdade :
  1. Uma fbf $\mathcal{A}$ é satisfazível sse existe uma valoração $\mathcal{V}$ de seus átomos tal que $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 1$;
  2. Uma fbf $\mathcal{A}$ é *insatisfazível* sse para toda valoração $\mathcal{V}$ de seus átomos tem-se que $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 0$;
  3. Uma fbf $\mathcal{A}$ é *válida* (ou *tautologia*) sse toda valoração $\mathcal{V}$ de seus átomos é tal que $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 1$;
  4. Uma fbf $\mathcal{A}$ é *falsificável* sse existe uma valoração $\mathcal{V}$ de seus átomos é tal que $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 0$.

Lógica Proposicional

Conseqüência lógica:

- Uma fbf $\mathcal{B}$ é *conseqüência lógica* de uma fbf $\mathcal{A}$, denotando-se $\mathcal{A} \models \mathcal{B}$ sse para toda valoração $\mathcal{V}$ que satisfaz $\mathcal{A}$ também satisfaz $\mathcal{B}$, i.e. tal que $\mathcal{V}(\mathcal{A}) = 1$ implica $\mathcal{V}(\mathcal{B}) = 1$;
- De modo similar $\mathcal{B}$ é conseqüência lógica de um conjunto de fbf $\Gamma=\{\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2 \ldots \mathcal{A}_n\}$, denotando-se por $\Gamma \models \mathcal{B}$ sse para toda valoração $\mathcal{V}$ que satisfaz todas as fbf de Γ também satisfaz $\mathcal{B}$.

Lógica Proposicional

Conseqüência lógica:

- Exemplo:

  Modus ponens: p , $(p \rightarrow q)$ |= q .

- Teorema da dedução:

  Γ, $\mathcal{A}$ |= $\mathcal{B}$ sse Γ |= $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$.

Técnica de Refutação - Exemplo

d = N é cavaleiro
d <-> X, sendo X a expressão que o “d” fala

então no exemplo: "Somos ambos cavilosos" a expressão fica:

d1 <-> ~d1 ^ ~d2

no caso **GAMA** é o conjunto da fórmula: **{d1 <-> ~d1 ^ ~d2}** e a **conclusão** seria verificar **d1**. Temos então:

{d1 <-> ~d1 ^ ~d2} |= d1

tentando **refutar** a fórmula temos:

1) {d1 <-> ~d1 ^ ~d2} |=/= d1
2) v({d1 <-> ~d1 ^ ~d2}) = 1
3) v(d1) = 0
de 3 e 2 (4) v(~d1 ^ ~d2) = 0
de (4) e (3) temos (5) v(~d2) = 0
de (5) temos (6) v(d2) = 1

contra-modelo: d1 = 0, d2 = 1

NÃO temos um absurdo! Ou seja, NÃO é um absurdo supor que a premissa é verdadeira (2) ao mesmo tempo em que a conclusão é falsa (3)

Técnica de Refutação - Exemplo

Agora temos **GAMA** o conjunto da fórmula: **{d1 <-> ~d1 ^ ~d2}** e a conclusão seria verificar **~d1**. Temos então:

{d1 <-> ~d1 ^ ~d2} |= ~d1

tentando refutar a fórmula temos:

1) **{d1 <-> ~d1 ^ ~d2} |=/= d1**
2) v({d1 <-> ~d1 ^ ~d2}) = 1
3) v(~d1) = 0
de 3 e 2 (4) v(~d1 ^ ~d2) = 1
de (4) e temos (5) v(~d1) = 1
de (5) e (3) **temos um absurdo.**

Uma vez que temos um absurdo em, então é **ERRADO** afirmar **{d1 <-> ~d1 ^ ~d2} |=/= d1**, portanto, é **CORRETO** afirmar **{d1 <-> ~d1 ^ ~d2} |= ~d1**

Referência

- ***Lógica para Computação,*** **Prof. Celso Antônio Alves Kaestner, Dr. Eng.**
- **Lógica aplicada à Computação, Prof. Dr. João Marcos de Almeida (**https://sites.google.com/site/sequiturquodlibet/courses/laac)