REVISÃO – MATEMÁTICA BÁSICA

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Definição: São expressões que possuem apenas letras ou números e letras.

Exemplos:

1) $3x^2 - 5x$

3) $\dfrac{a^2 \cdot b^2}{a+b}$

2) $\dfrac{2x}{3}$

4) $3\sqrt{x} + x^2$

Classificação:

- Expressões algébricas irracionais

São aquelas que <u>possuem</u> letras sujeitas à operação de radiciação.

- Expressões algébricas racionais

São aquelas que <u>não possuem</u> letras sujeitas à operação de radiciação. Podem ser divididas em dois grupos:

- Racionais fracionárias

  Possuem letras no denominador.

- Racionais inteiras

  Não possuem letras no denominador.

Valor numérico de uma expressão

Para calcular o *valor numérico* de uma expressão algébrica, basta substituir as letras por números dados e efetuar as operações indicadas.

Exemplo:

Calcular o valor numérico das expressões abaixo para os valores indicados.

a) $2a+3b,$ para $a=-\dfrac{1}{2}$ e $b=5.$

Solução: $2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)+3\cdot 5=-1+15=14.$

b) $\dfrac{3xy}{x+\sqrt{y}},$ para $x=-2$ e $y=16.$

Solução: $\dfrac{3\cdot(-2)\cdot 16}{-2+\sqrt{16}}=\dfrac{-6\cdot 16}{-2+4}=\dfrac{-96}{2}=-48.$

MONÔMIO

Definição: É uma expressão algébrica racional inteira com apenas um termo.

Exemplos:

1) $7a$ 2) $-2x^2y^5$ 3) $\dfrac{4}{5}a^3bc$

Obs.: todo número real é um monômio sem parte literal (letra).

Grau de um monômio

É obtido somando-se os expoentes das letras.

Exemplo: $-2x^3y^7$ tem grau 3 + 7 = 10.

Monômios semelhantes

São monômios que possuem a mesma parte literal. Por exemplo, 5x e 6x. Ou ainda, monômios que não possuem parte literal. Por exemplo, 8 e -3.

OPERAÇÕES COM MONÔMIOS

Adição e Subtração

São obtidas somando-se (resp. subtraindo-se) os coeficientes e conservando-se a parte literal. É necessário que os monômios sejam semelhantes.

Exemplos:

1) $3x+7x=(3+7)x=10x$

2) $-8a-(-5a)=-8a+5a=(-8+5)a=-3a$

3) $-2x^2y+3x^2y-5x^2y=(-2+3-5)x^2y=-4x^2y$

Questões:

1. Qual o monômio que somado com $-25a^3b$ resulta no monômio $-11a^3b$?
2. Dados os monômios $12xy^2$ e $-\frac{2}{3}xy^2$, calcule a diferença entre eles e, a seguir, o valor numérico para $x=-6$ e $y=3$.

Multiplicação e Divisão

O produto (resp. quociente) de dois monômios é obtido multiplicando-se (resp. dividindo-se) os coeficientes e as partes literais separadamente.

Exemplos:

1) $4x^2 \cdot 7x = (4 \cdot 7) \cdot (x^2 \cdot x) = 28x^3$

2) $(-3a^2b) \cdot (4ab^3x) = (-3 \cdot 4) \cdot (a^2 \cdot b \cdot a \cdot b^3 \cdot x) = -12a^3b^4x$

3) $-15x^3y^2 : 3xy = (-15:3) \cdot (x^3 : x) \cdot (y^2 : y) = -5x^2y$

4) $\left(-\frac{2}{3}x^4y^3\right) : \left(\frac{4}{5}xy^2\right) = \left(-\frac{2}{3} : \frac{4}{5}\right) \cdot (x^4 : x) \cdot (y^3 : y^2) = \left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}\right) x^3y = -\frac{5}{6}x^3y$

Potenciação

A potência de um monômio é obtida elevando-se o coeficiente e a parte literal à potência indicada.

Exemplos:

1) $(4a^3x)^2 = 4^2 \cdot (a^3)^2 \cdot x^2 = 16a^6x^2$

2) $\left(\frac{3}{5}x^2y\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot (y)^3 = \left(\frac{27}{125}\right)x^6y^3$

POLINÔMIO

Definição: É toda expressão algébrica racional inteira.

Exemplos:

1) $7a$ 2) $2x+4y$ 3) $5a^3b+2a^2b^3-4a^3b^4$

Grau de um polinômio

Se o polinômio tem mais de uma letra, o grau é obtido somando-se os expoentes das letras. E observando qual dos monômios ficou com grau maior.

Exemplo: $-2x^3y^7 + 3x^6 - 10x^4y^3z^8$. O primeiro tem grau 3 + 7 = 10, o segundo tem grau 6 e o terceiro tem grau 4 + 3 + 8 = 15. Logo, o grau do polinômio é 15. Caso o polinômio tenha apenas uma variável, o grau é dado pelo maior expoente da variável. Por exemplo, $x^3 + 3x^2 - x + 6$ tem grau 3.

OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS

Adição e Subtração

São obtidas somando-se (resp. subtraindo-se) os coeficientes e conservando-se a parte literal.

Exemplos:

1) $(4x^2 - 7x + 2) + (3x^2 + 2x + 3) = 4x^2 - 7x + 2 + 3x^2 + 2x + 3 = 7x^2 - 5x + 5$

2) $(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}) - (\frac{3y}{2} - 2x) = \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{3y}{2} + 2x = \frac{x}{2} + 2x + \frac{y}{3} - \frac{3y}{2} = \frac{x+4x}{2} + \frac{2y-9y}{6} = \frac{5x}{2} - \frac{7y}{6}$

Questão:

Dados os polinômios $A = -2y^3 + 4y^2 - 10$ e $B = y^3 - y^2 - 4y + 8$, calcule o polinômio X, de modo que:

a) $X = A + B$ b) $X + B = A$

MULTIPLICAÇÃO

1) Multiplicação de monômio por polinômio

O produto de um monômio por um polinômio é obtido multiplicando-se o monômio por todos os termos do polinômio.

Exemplos:

1) $4x^2 \cdot (3x^2 - 4x + 3) = 12x^4 - 16x^3 + 12x^2$

4) $\left(5x - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3x}{4} = \frac{15x^2}{4} - \frac{3x}{8}$

2) Multiplicação de polinômio por polinômio

O produto de dois polinômios é obtido multiplicando-se cada termo do primeiro polinômio por todos os termos do segundo polinômio.

Exemplos:

1) $(4x+3)\cdot(3x-4)=12x^2-16x+9x-12=12x^2-7x-12$

2) $\left(2a+\dfrac{3b}{5}\right)\cdot\left(a-\dfrac{b}{2}\right)=2a^2-ab+\dfrac{3ab}{5}-\dfrac{3b^2}{10}=2a^2-\dfrac{2ab}{5}-\dfrac{3b^2}{10}$

DIVISÃO

Sejam dois polinômios P(x) e D(x), com D(x) não nulo.

Efetuar a divisão de P por D é determinar dois polinômios Q(x) e R(x), que satisfaçam as duas condições abaixo:

1ª) Q(x).D(x) + R(x) = P(x)

2ª) gr(R) < gr(D) ou R(x)=0

$$\begin{array}{l|l} P(x) & \underline{\mathrm{D}(x)} \\ R(x) & Q(x) \end{array}$$

Nessa divisão:

P(x) é o dividendo.

D(x) é o divisor.

Q(x) é o quociente.

R(x) é o resto da divisão.

<u>Obs:</u> Quando temos R(x)=0 dizemos que a divisão é exata, ou seja, P(x) é divisível por D(x) ou D(x) é divisor de P(x).

Exemplo:

Determinar o quociente de $P(x)=x^4+x^3-7x^2+9x-1$ por $D(x)=x^2+3x-2$.

Resolução: Aplicando o *método da chave*, temos:

$$\begin{array}{l|l}
x^4+x^3-7x^2+9x-1 & \underline{x^2+3x-2} \\
\underline{-x^4-3x^3+2x^2} & x^2-2x+1 \;\rightarrow\; Q(x) \\
\quad -2x^3-5x^2+9x-1 & \\
\quad \underline{+2x^3+6x^2-4x} & \\
\qquad\qquad x^2+5x-1 & \\
\qquad\quad \underline{-x^2-3x+2} & \\
\qquad\qquad\quad 2x+1 \;\rightarrow\; R(x) &
\end{array}$$