DISCIPLINA: **Matemática** PROFESSORA: **Juliana Schivani**
NÍVEL: 3° ano do Téc. Int. em ____________________________
ALUNO(a): ____
Data: ________/__________/_________.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE
Campus Natal - Central

✓ Pode responder e deixar tudo de **lápis, sangue, carvão, lágrimas...** ✓ **Entregue todas as folhas** que receber mesmo amassadas, cuspidas, pisoteadas... ✓ **Justifique TUDO** (até as questões objetivas) de forma bem explicadinha nos seus mííííííínimos detalhes, afinal, ainda não tenho o dom de ler mentes! **(Questões não justificadas não serão avaliadas)**	✓ Não é permitido o uso de **celular, ipod, ipad, aipim...** ✓ Podem colar à vontade....desde que eu não veja **(se eu vir a prova não será avaliada)** ✓ Sofro de amnésia aguda em dias de prova, além disso, interpretar as questões faz parte da sua avaliação, logo, **não responderei nenhuma pergunta relacionada à prova**. (contestações serão ouvidas e discutidas no dia da correção).

1. (20 pontos) Diferencie arranjo de combinação e cite um exemplo simples de cada caso, resolvendo-os em seguida.

Arranjo de *n* coisas, *p* a *p*, é a quantidade de subconjuntos distintos com *p* elementos de um conjunto total de n elementos, onde a ordem de cada elemento de cada subconjunto é importante, ou seja, o subconjunto {a, b, c} é diferente do subconjunto {c, a, b}.

Exemplo: Em uma turma com 20 alunos, deseja-se escolher 2 para representantes de sala, sendo que o primeiro escolhido será o líder e o segundo, vice-líder. De quantas formas diferentes, esta escolha poderá ser feita?

Solução:

$$A_{20,2} = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20!}{18!} = 20 \cdot 19 = 380 \text{ representações distintas}$$

Combinação de n coisas, p a p, é a quantidade de subconjuntos distintos com p elementos formados apartir de um conjunto total de n elementos, onde a ordem não é importante, ou seja, {a, b, c} e {c, a, b} são conjuntos iguais.

Exemplo: Em uma turma com 20 alunos, deseja-se escolher 2 representantes de sala. De quantas maneiras possíveis esta escolha poderá ser feita?

Solução:

$$C_{20,2} = \frac{20!}{2! \cdot (20-2)!} = \frac{20!}{2! \cdot 18!} = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190 \text{ representações distintas}$$

1ª AVALIAÇÃO ANÁLISE COMBINATÓRIA (1° BIMESTRE)

2. (10 pontos) Maryanny irá fazer aniversário e decidiu decorar o salão em que ocorrerá sua festa com anagramas do seu nome. Quantos anagramas distintos Maryanny poderá colar na parede do salão?

No nome MARYANNY existem 8 letras, das quais, duas são A, duas são Y e duas são N. Cada um desses pares de letras repetidas, podem trocar de lugar, entre si, 2! vezes. Essa mudança não irá interferir no nome, deixando-o do mesmo jeito, portanto, devermos retirar essas repetições. Logo:

$$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8!}{8} = 7! = \mathbf{5040\ anagramas\ distintos}$$

3. (10 pontos) O jogo da Mega Sena consiste no sorteio de 6 números distintos escolhidos ao acaso, entre os números 1, 2, 3, ..., até 60. Ganha quem acertar pelo menos 4 dos 6 números sorteados. A tabela abaixo indica os valores de cada aposta do jogo da Mega Sena.

QTD DE NÚMEROS	VALOR
6	R$ 2,00
7	R$ 14,00
8	R$ 56,00
9	R$ 168,00
10	R$ 420,00
15	R$ 10.010,00

Suponha que um grupo de amigos decida apostar 15 números. Para ter mais chances de ganhar a sena, será mais vantajoso que eles façam um único cartão contendo os 15 números escolhidos ou, jogar um cartão para cada uma das combinações possíveis de seis números dos 15 escolhidos, isto é, 5005 cartões de 6 números? Justifique sua escolha fazendo uso do cálculo da análise combinatória.

$$C_{15,6} = \frac{15!}{6! \cdot (15-6)!} = \frac{15!}{6! \cdot 9!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{6!} = 5005 \text{ sequências de 6 números}$$

5005 cartões de 6 números x R$2,00 = R$10.010,00 = 1 cartão de 15 números.

Para ter mais chances de ganhar a sena, o apostador poderá fazer um único cartão de 15 números ou 5005 cartões de 6 números. **Não há diferenças**, pois teremos a mesma quantidade de combinações em ambos os casos.

4. (10 pontos) Para montar uma cesta de café da manhã estão disponíveis os seguintes itens: oito tipos de pães, três tipos de queijo, seis tipos de frutas, cinco sabores de geleia e quatro sabores de tortas doces. De quantos modos distintos a cesta poderá ser montada, se um cliente pedir dois tipos de pães, um tipo de queijo, duas frutas, dois sabores de geleia e uma torta doce?

Temos:
8 pães
3 queijos
6 frutas
5 geleias
4 tortas

A cesta terá:
2 pães
1 queijo
2 frutas
2 geleias

O pão 1 e o pão 2 é igual ao pão 2 e o pão 1, isto é, a ordem de escolha dos produtos não é importate, portanto, faremos uma combinação em cada caso:

C8,2 = 28 formas distintas de se escolher 2 dentre 8 pães;
C3,1 = 3 formas distintas de se escolher 1 dentre 3 queijos;
C6,2 = 15 formas distintas de se escolher 2 dentre 6 frutas;
C5,2 = 10 formas distintas de se escolher 2 dentre 5 geleias;
C4,1 = 4 formas distintas de se escolher 1 dentre 4 tortas.

Logo, tem-se 28 · 3 · 15 · 10 · 4 = **50.400 cestas distintas**

5. (10 pontos) Um grande prêmio de Fórmula 1 vai ser disputado por 24 pilotos, dos quais apenas três são brasileiros. Em quantos resultados possíveis dessa prova poderemos ter ao menos um piloto brasileiro figurando em uma das três primeiras colocações?

Há duas maneiras de se resolver. A mais simples é:

Todos os casos de pódios: 24 · 23 · 22 = 12.144

Todos os casos de pódios sem os 3 brasileiros: 21 · 20 · 19 = 7.980

Casos de pódios com pelo menos um brasileiro: 12.144 – 7980 = **4164 pódios distintos**

6. (10 pontos) Para ir ao trabalho, uma secretária procura sempre combinar blusa, saia e sapatos. Como ela não gosta de repetir as combinações fez um levantamento nos armários e verificou que são possíveis 520 combinações diferentes. Se ela possui dez blusas, quantas saias e quantos pares de sapatos ela pode ter, sabendo que cada item, há mais de uma peça?

x – quantidade de saias
y – quantidade de sapatos

$10 \cdot x \cdot y = 520$ combinações
$x \cdot y = 52$ combinações

Podemos **ter 2 saias e 26 sapatos; 26 saias e 2 sapatos; 4 saias e 13 sapatos; 13 saias e 4 sapatos.**

7. (10 pontos) Preparando-se para a sua festa de aniversário de sessenta anos, uma senhora quer usar três anéis de cores diferentes nos dedos das mãos, um anel em cada dedo. De quantos modos diferentes pode colocá-los, se não vai pôr nenhum anel nos polegares?

a) 56 **b)** 60 **c)** 120 d) 336

Um dos modos de se resolver é:

Sem os polegares há 8 dedos para se escolher 3 os quais ficarão os anéis.

$C_{8,3} = 56$ formas de se escolher 3 dedos.

Os três anéis poderão permutar de dedos 3! vezes;

Logo, $56 \cdot 3! = 56 \cdot 6 = 336$ formas distintas.

8. (20 pontos) Um dado é lançado três vezes e a cada lançamento, registra-se o número que estiver na face superior do dado, após o lançamento. Pirirampo deseja que a soma dos três números dos seus lançamentos resulte em 5 e, Saracura aposta que a soma resultara em 6. Quantas possibilidades de acerto, cada jogador terá?

Pirirampo – soma 5 – Podemos ter como triplas de resultados: 1 – 1 – 3 ou 1 – 2 – 2

Cada uma das triplas podem acontecer de $3!/2! = 6/2 = 3$ formas distintas, logo, há **6 possibidades para Pirirampo.**

Saracura – soma 6 – Podemos ter como triplas de resultados: 1 – 1 – 4 ou 1 – 2 – 3 ou 2 – 2 – 2

A primeira tripla pode acontecer de $3!/2! = 6/2 = 3$ maneira distintas. A segunda tripla pode acontecer de $3! = 6$ formas distintas. Por fim, a terceira tripla só poderá acontecer de uma única maneira. Assim, temos $3 + 6 + 1 =$ **10 possibilidades distintas para Saracura**.