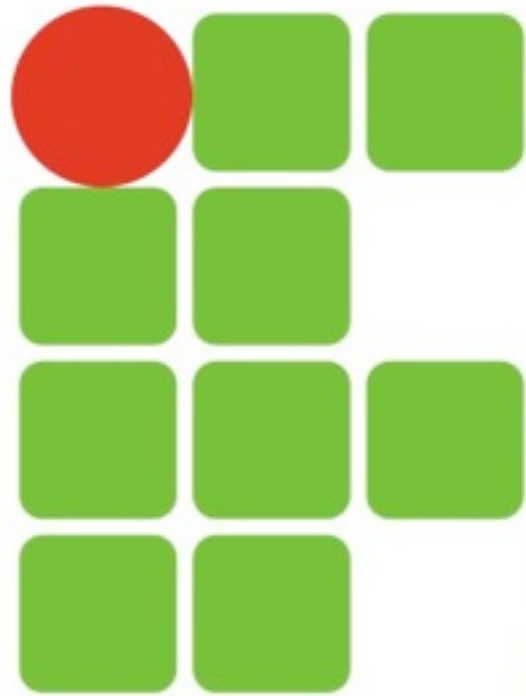




**INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**  
RIO GRANDE DO NORTE

# Fundamentos de Lógica e Algoritmo

## Equivalência



# Equivalência Lógica

---

Diz-se que uma proposição  $P(p, q, r, \dots)$  é logicamente equivalente a uma proposição  $Q(p, q, r, \dots)$ , se as tabelas-verdade destas duas proposições são idênticas.

## Notação

$$P(p, q, r, \dots) \Leftrightarrow Q(p, q, r, \dots)$$

# Equivalência Lógica

---

Diz-se que uma proposição  $P(p, q, r, \dots)$  é logicamente equivalente a uma proposição  $Q(p, q, r, \dots)$ , se as tabelas-verdade destas duas proposições são idênticas.

## Notação

$$P(p, q, r, \dots) \Leftrightarrow Q(p, q, r, \dots)$$

Em particular, se as proposições  $P(p, q, r, \dots)$  e  $Q(p, q, r, \dots)$  são ambas tautológicas ou são ambas contradições, então são equivalentes.

# Propriedades da Equivalência Lógica

---

É imediato que a relação de equivalência lógica entre proposições utiliza-se das propriedades reflexiva(R), simétrica (S) e transitiva (T), isto é, simbolicamente:

## Exemplo

$$(R) P(p,q,r,...) \Leftrightarrow P(p,q,r,...)$$

$$(S) \text{ Se } P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...), \text{ então } Q(p,q,r,...) \Leftrightarrow P(p,q,r,...)$$

$$(T) \text{ Se } P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...) \text{ e } Q(p,q,r,...) \Leftrightarrow R(p,q,r,...), \text{ então } P(p,q,r,...) \Leftrightarrow R(p,q,r,...)$$

# Demonstração de Equivalência Lógica I

**Exemplo:**  $\neg p \rightarrow p$  e  $p$

| $p$ | $\neg p$ | $\neg p \rightarrow p$ |
|-----|----------|------------------------|
| V   | F        | V                      |
| F   | V        | F                      |

# Demonstração de Equivalência Lógica I

**Exemplo:**  $\neg p \rightarrow p$  e  $p$

| $p$ | $\neg p$ | $\neg p \rightarrow p$ |
|-----|----------|------------------------|
| V   | F        | V                      |
| F   | V        | F                      |

A proposição  $\neg p \rightarrow p$  e  $p$  são equivalentes nas colunas 1 e 2, isto é:  $\neg p \rightarrow p \Leftrightarrow p$

# Demonstração de Equivalência Lógica II

**Exemplo:**  $p \rightarrow p \wedge q$  e  $p \rightarrow q$

| p | q | $p \wedge q$ | $p \rightarrow p \wedge q$ | $p \rightarrow q$ |
|---|---|--------------|----------------------------|-------------------|
| V | V | V            | V                          | V                 |
| V | F | F            | F                          | F                 |
| F | V | F            | V                          | V                 |
| F | F | F            | V                          | V                 |

# Demonstração de Equivalência Lógica II

**Exemplo:**  $p \rightarrow p \wedge q$  e  $p \rightarrow q$

| p | q | $p \wedge q$ | $p \rightarrow p \wedge q$ | $p \rightarrow q$ |
|---|---|--------------|----------------------------|-------------------|
| V | V | V            | V                          | V                 |
| V | F | F            | F                          | F                 |
| F | V | F            | V                          | V                 |
| F | F | F            | V                          | V                 |

A proposição  $p \rightarrow p \wedge q$  e  $p \rightarrow q$  são equivalentes nas colunas 4 e 5, isto é:  
 $p \rightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$

# Tautologias e Equivalência Lógica

---

A proposição  $P(p, q, r, \dots)$  é equivalente à proposição  $Q(p, q, r, \dots)$ , isto é:

$$P(p, q, r, \dots) \Leftrightarrow Q(p, q, r, \dots)$$

se e somente se a bicondicional:

$$P(p, q, r, \dots) \leftrightarrow Q(p, q, r, \dots) \text{ é tautológica.}$$

# Tautologias e Equivalência Lógica

---

A proposição  $P(p, q, r, \dots)$  é equivalente à proposição  $Q(p, q, r, \dots)$ , isto é:

$$P(p, q, r, \dots) \Leftrightarrow Q(p, q, r, \dots)$$

se e somente se a bicondicional:

$$P(p, q, r, \dots) \leftrightarrow Q(p, q, r, \dots) \text{ é tautológica.}$$

Os símbolos  $\leftrightarrow$  e  $\Leftrightarrow$  são distintos, pois o primeiro é de operação lógica, enquanto que o segundo é de relação.

# Proposições Associadas a uma Condicional

Dada a condicional  $p \rightarrow q$ , chama-se proposição associada a  $p \rightarrow q$  as três proposições condicionais que contêm  $p$  e  $q$ :

- Proposição recíproca de  $p \rightarrow q$  é  $q \rightarrow p$ ;
- Proposição contrária de  $p \rightarrow q$  é  $\neg p \rightarrow \neg q$ ; e
- Proposição contrapositiva de  $p \rightarrow q$  é  $\neg q \rightarrow \neg p$ .

## Exemplo

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ | $q \rightarrow p$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $\neg q \rightarrow \neg p$ |
|-----|-----|-------------------|-------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| V   | V   | V                 | V                 | V                           | V                           |
| V   | F   | F                 | V                 | V                           | F                           |
| F   | V   | V                 | F                 | F                           | V                           |
| F   | F   | V                 | V                 | V                           | V                           |