



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

Fundamentos de Lógica e Algoritmo

Lógica Proposicional

filipe.raulino@ifrn.edu.br

Lógica Proposicional

É um sistema formal no qual as fórmulas representam proposições que podem ser formadas pela combinação de proposições atômicas usando conectivos lógicos e um sistema de regras de derivação, que permite que certas fórmulas sejam estabelecidas como “teoremas” do sistema formal.

Em termos gerais, um cálculo proposicional é frequentemente apresentado como um sistema formal que consiste em um conjunto de expressões sintáticas (fórmulas bem formadas, ou fbfs), um subconjunto distinto dessas expressões, e um conjunto de regras formais que define uma relação binária específica, que se pretende interpretar como a noção de equivalência lógica, no espaço das expressões.

- Chama-se proposição todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo;
- As proposições transmitem pensamentos; e
- Afirmam fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados entes.

Exemplos

- A Lua é um satélite da Terra;
 - Sócrates é um homem;
 - Eu estudo Lógica;
 - Todos os homens são mortais; ou
 - Não existe homem infiel.
-
-

Considere o conjunto de símbolos:

$$A = \{ (,), \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, p, q, r, s, \dots \}$$

- A esse conjunto é chamado de alfabeto da Lógica Proposicional;
- As letras são símbolos não lógico (letras sentenciais); e
- O restante são símbolos lógicos (parênteses e conectivos lógicos);

Letras Sentenciais

As letras sentenciais são usadas para representar proposições elementares ou atômicas, isto é, proposições que não possuem partes que sejam também proposições.

Exemplos

- p = O céu é azul;
- q = Eu estudo lógica;
- r = $2 + 2 = 4$; ou
- s = Sócrates é um homem.

partes dessas proposições não são proposições mais simples, mas sim, componentes subsentenciais: expressões, palavras, sílabas ou letras.



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
RIO GRANDE DO NORTE

Conectivos Lógicos

- As proposições compostas são obtidas combinando proposições simples através de certos termos chamados conectivos;
- A Lógica dispõe de cinco tipos de conectivos e seus operadores:
 - Não (Negação), \neg ;
 - E (Conjunção), \wedge ;
 - Ou (Disjunção), \vee ;
 - Se – então (Condicional), \rightarrow ; e
 - Se e somente se (Bicondicional), \leftrightarrow .

Exemplos

Não está chovendo;

Está chovendo e está ventando;

Está chovendo ou está nublado;

Se choveu, então está molhado; ou

Será aprovado se e somente se estudar.

Operador de Negação: \neg

A característica peculiar da negação, tal como ela se apresenta na lógica proposicional clássica, é que toda proposição submetida à operação de negação resulta na sua contraditória.

Exemplos

p = Está chovendo.

Ler-se $\neg p$, como: “Não está chovendo.”

O fato expresso por uma proposição não pode ocorrer ao mesmo tempo e sob o mesmo modo e circunstância que o fato expresso pela negação dessa mesma proposição.

Tabela Verdade: \neg

- Se p é uma proposição, a expressão $\neg p$ é chamada negação de p ; e
- Claramente, a negação inverte o valor verdade de uma expressão.

Exemplo

p	$\neg p$
V	F
F	V

Operador de Conjunção: \wedge

A característica peculiar da conjunção está no fato de fórmulas conjuntivas expressarem a concomitância de fatos. A fórmula $(p \wedge q)$ expressa que o fato expresso por p ocorre ao mesmo tempo que o fato expresso por q .

Exemplos

p = Está chovendo.

q = Está ventando.

Ler-se $p \wedge q$, como: “Está chovendo e está ventando.”

Tabela Verdade: \wedge

- Se p e q são proposições, a expressão $p \wedge q$ é chamada conjunção de p e q ; e
- As proposições p e q são chamadas fatores da expressão.

Exemplo

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Operador de Disjunção: \vee

A característica peculiar da disjunção consiste no fato de proposições disjuntivas expressarem que pelo menos um de dois fatos ocorre. A fórmula $(p \vee q)$ expressa que, dentre os fatos expressos por p e q respectivamente, pelo menos um deles ocorre.

Exemplos

p = Está nublado.

q = Está chovendo.

Ler-se $p \vee q$, como: “Está nublado ou está chovendo.”

Tabela Verdade: \vee

- Se p e q são proposições, a expressão $p \vee q$ é chamada disjunção inclusiva de p e q ; e
- As proposições p e q são chamadas parcelas da expressão

Exemplo

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Operador de Condicional: \rightarrow

A característica peculiar dessa operação consiste em que um condicional ($p \rightarrow q$) expressa que a ocorrência do fato expresso por p garante necessariamente a ocorrência do fato expresso por q .

Exemplos

p = Choveu.

q = Está molhado.

Ler-se $p \rightarrow q$, como: “Se choveu, então está molhado.”

Tabela Verdade: \rightarrow

- Se p e q são proposições, a expressão $p \rightarrow q$ é chamada condicional de p e q ;
- A proposição p é chamada antecedente, e a proposição q conseqüente da condicional; e
- A operação de condicionamento indica que o acontecimento de p é uma condição para que q aconteça.

Exemplo

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Operador de Bicondicional: \leftrightarrow

A característica peculiar dessa operação consiste em que um bicondicional ($p \leftrightarrow q$) assevera que os fatos expressos por p e q são interdependentes, isto é, ou os dois ocorrem juntos ou nenhum dos dois ocorre.

Exemplos

p = Será aprovado.

q = Estudar.

Ler-se $p \leftrightarrow q$, como: “ Será aprovado, se e somente se estudar.”

Tabela Verdade: \leftrightarrow

- Se p e q são proposições, a expressão $p \leftrightarrow q$ é chamada bicondicional de p e q ; e
- A operação de bicondicionamento indica que p é uma condição para que q aconteça, e vice-versa.

Exemplo

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A necessidade de usar parênteses na simbolização das proposições se deve ao fato de se evitar qualquer tipo de ambiguidade.

Exemplos

p = Estudar.

q = Fazer a prova.

r = Fazer o trabalho.

s = Serei aprovado.

Ler-se $((p \wedge q) \vee r) \rightarrow s$, como:

“ Se ((estudar e fazer a prova) ou fazer o trabalho), então será aprovado.”
