segunda-feira, 27 de abril de 2020 15:52

DEFINIÇÃO DOS LOGARITMOS

$$\log_{a} b = x \quad \Longleftrightarrow \quad a^{x} = b$$

Onde:

$$0 < a \neq 1 \qquad b > 0$$

Consequência da definição

$$\log_a 1 = 0$$
$$\log_a a = 1$$
$$\log_a a^n = n$$
$$a^{\log_a b} = b$$
$$\log_a b = \log_a b \Leftrightarrow b = c$$

PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS

1) $\log_a b.c = \log_a b + \log_a c$

2) $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

3) $\log_a b^a = a.\log_a b$

4) $\log_{a^x} b = \frac{1}{x}.\log_a b$

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Base de um logaritmo

- Logaritmo decimal:

$$\log_{10} b = \log b$$

- Logaritmo natural (neperiano):

$$\log_e b = \ln b$$

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2{,}71828...$$

1)(UFSCar 2001) A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui, desde que é plantada, segundo o seguinte modelo matemático:

$$h(t) = 1{,}5 + \log_3(t+1),$$

com h(t) em metros e t em anos. Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 3,5 m de altura, o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o do corte foi de:

a) 9 b) 8 c) 5 d) 4 e) 2

2. (Ufrn 2005) Suponha que, numa colônia de fungos, a massa biológica de sua população, no instante **t** (horas), denotada por **m(t)**, seja dada pela expressão

$$m(t) = \frac{2^t}{10^{11}} \text{ gramas.}$$

De acordo com o ritmo de crescimento populacional estabelecido por essa expressão, a massa da população de fungos, em 50 horas, é da ordem de: [considere que $\log_{10} 2 \cong 0{,}3$]

a) 100g. b) 10g. c) 10000g. d) 1000g

3. Enem 2018

Em março de 2011, um terremoto de 9,0 graus de magnitude na escala Richter atingiu o Japão matando milhares de pessoas e causando grande destruição. Em janeiro daquele ano, um terremoto de 7,0 graus na escala Richter atingiu a cidade de Santiago Del Estero, na Argentina. A magnitude de um terremoto, medida pela escala Richter, é $R=\log(A/A_0)$, em que A é a amplitude do movimento vertical do solo, informado em um sismógrafo, A_0 é uma amplitude de referência e log representa o logaritmo na base 10.

A razão entre as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina é

A) 1,28 B) 2,0 C) $10^{9/7}$ D) 100 E) 10^9-10^7

4) Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador tsunami no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por

$$M = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

sendo E a energia, em kWh, liberada pelo terremoto e E0 uma constante real positiva. Considere que E1 e E2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Disponível em: www.terra.com.br. Acesso em: 15 ago. 2013 (adaptado).

Qual a relação entre E1 e E2?

- A) $E_1 = E_2 + 2$
- B) $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
- C) $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
- D) $E_1 = 10^{\frac{9}{7}} \cdot E_2$
- E) $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

5. ENEM 2017

Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R$ 5000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5\,000 \times 1{,}013^{n} \times 0{,}013}{(1{,}013^{n} - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para log 1,013; 2,602 como aproximação para log 400; 2,525 como aproximação para log 335.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

A 12. B 14. C 15. D 16. E 17.

6. Enem 2018
Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computado pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões. Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100.000 transistores distribuídos em 0,25cm² de área.
Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).
Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$.
Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores.
a) 1999
b) 2002
c) 2022
d) 2026
e) 2146