Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do RN
Campus Currais Novos
Turmas: Superior Sistemas para Internet 2014.1
Superior em Tecnologia em Alimentos 2014.1
Professor: Elionardo Rochelly

As frações (ou razões) que possuem denominadores (o número de baixo da fração) iguais a 100, são conhecidas por **razões centesimais** e podem ser representadas pelo símbolo "%".

O símbolo "%" é lido como "**por cento**". "5%" lê-se "5 por cento". "25%" lê-se "25 por cento".

O símbolo "%" significa **centésimos**, assim "5%" é uma outra forma de se escrever **0,05**, $\frac{5}{100}$ ou $\frac{1}{20}$ por exemplo.

Veja as seguintes razões:

$\frac{1}{100}, \frac{17}{100}, \frac{41}{100}, \frac{70}{100}$

Podemos representá-las na sua forma decimal por:

$0{,}01;\ 0{,}17;\ 0{,}41;\ 0{,}70$

E também na sua forma de porcentagens por:

$1\%,\ 17\%,\ 41\%,\ 70\%$

Como calcular um valor percentual de um número?

Agora que temos uma visão geral do que é porcentagem, como calcular quanto é 25% de 200?

Multiplique 25 por 200 e divida por 100:

$$\frac{25 \cdot 200}{100} = 50$$

Se você achar mais fácil, você pode simplesmente multiplicar 25% na sua forma decimal, que é 0,25 por 200:

$$0{,}25 \cdot 200 = 50$$

Assim temos:

Tópico relacionado[Calculadora de Porcentagem - Digite os dados e confira os cálculos]

4% de 32 = 0,04 . 32 = 1,28
15% de 180 = 0,15 . 180 = 27
18% de 150 = 0,18 . 150 = 27
35% de 126 = 0,35 . 126 = 44,1
100% de 715 = 1,00 . 715 = 715
115% de 60 = 1,15 . 60 = 69
200% de 48 = 2,00 . 48 = 96

Repare que no quinto item, 100% de 715 corresponde ao próprio 715, isto ocorre porque 100% representa o todo, ocorre porque 100% é a razão de 100 para 100 (100 : 100) que é igual a 1. Por isto 100% de um número **x** é o próprio número **x**, já que o estaremos multiplicando por 1, para sabermos o valor da porcentagem.

Analisando os itens de 1 a 4, podemos também perceber que quando o percentual é menor 100%, o número resultante será menor que o número original. Nos itens 6 e 7 percebemos que o resultado é maior que o número original. Isto ocorre porque o percentual é maior que 100%.

Nos itens 2 e 3 observamos que 15% de 180 é igual a 18% de 150. **a**% de **b** é igual a **b**% de **a**. Isto é devido à propriedade comutativa da multiplicação que diz que **a . b = b . a**.

Como transformamos uma razão ou fração em porcentagem?

Vimos que razões centesimais são um tipo especial de **razão**, cujo consequente é igual a cem e podem facilmente ser expressas na forma de porcentagem, simplesmente se eliminando o consequente ou denominador cem e inserindo o símbolo de porcentagem após o antecedente ou numerador. Por exemplo:

$$\begin{cases} \frac{3}{100} \Rightarrow 3\% \\ 15 : 100 \Rightarrow 15\% \end{cases}$$

Mas como transformamos a razão **3 : 15** em porcentagem?

Simplesmente realizando a divisão, encontrando assim o valor da razão, multiplicando-o por 100 e inserindo o símbolo de porcentagem à sua direita, ou seja, multiplicamos por **100%**:

$$3 : 15 \Rightarrow 0{,}2 \Rightarrow 20\%$$

Talvez você não tenha percebido, mas podemos utilizar a transformação de uma razão em porcentagem para calcular quantos por cento um número é de outro. Neste nosso exemplo **3** é **20%** de **15**.

Dezoito é quantos por cento de quarenta e cinco?

$$\frac{18}{45} \Rightarrow 0{,}4 \Rightarrow 0{,}4 \cdot 100\% \Rightarrow 40\%$$

Para que serve o cálculo da porcentagem?

Razões são utilizadas para podermos comparar grandezas e em sendo a porcentagem uma razão, é exatamente esta a utilidade da porcentagem.

Digamos que a população de uma cidade **A** cresceu de 100 mil para 125 mil em dez anos. Sabemos também que no mesmo período, a população da cidade **B** passou de 40 mil para 50 mil habitantes. Qual das cidades teve um aumento populacional maior?

Aumento populacional da cidade **A** em porcentagem:

$$\left(\frac{125000}{100000} - 1\right) \cdot 100\% = 25\%$$

Aumento populacional da cidade **B** em porcentagem:

$$\left(\frac{50000}{40000} - 1\right) \cdot 100\% = 25\%$$

Segundos os cálculos realizados acima, percebemos que embora a população da cidade **A** seja muito maior que a outra, o aumento percentual das duas populações foi o mesmo.

Veja também que a razão da população atual para a população de 10 anos atrás, de ambas as cidades é a mesma, uma outra prova de que o crescimento foi proporcionalmente o mesmo:

125000 : 100000 = 50000 : 40000 = 1,25

Exercícios

1) Quanto é 15% de 80?

2) Quanto é 70% de 30?

3) Quanto é 150% de 45?

4) Quanto é 100% de 40?

5) Expresse a razão de 19 para 25 como uma porcentagem.

6) 30% da população de uma cidade litorânea mora na área insular e os demais 337.799 habitantes moram na área continental. Quantas pessoas moram na ilha?

7) Se 4% de um número é igual a 15, quanto é 20% deste número?

8) Do meu salário R$ 1.200,00 tive um desconto total de R$ 240,00. Este desconto equivale a quantos por cento do meu salário?

9) Eu tenho 20 anos. Meu irmão tem 12 anos. A idade dele é quantos por cento da minha?

10) Meu carro alcança uma velocidade máxima de 160 km/h. O carro de meu pai atinge até 200 km/h. A velocidade máxima do carro do meu pai é quantos por cento da velocidade máxima do meu carro?

11) Por um descuido meu, perdi R$ 336,00 dos R$ 1.200,00 que eu tinha em meu bolso. Quantos por cento eu perdi desta quantia?

12) Dei ao meu irmão 25 das 40 bolinhas de gude que eu possuía. Quantos por cento das minhas bolinhas de gude eu dei a ele? Com quantos por cento eu fiquei?

13) Ao comprar um produto que custava R$ 1.500,00 obtive um desconto de 12%. Por quanto acabei pagando o produto? Qual o valor do desconto obtido?

14) Na festa de aniversário do meu sobrinho derrubei uma mesa onde estavam 40 garrafas de refrigerante. Sobraram apenas 15% das garrafas sem quebrar. Quantas garrafas sobraram e quantas eu quebrei?

15) Dos 28 bombons que estavam na minha gaveta, já comi 75%. Quantos bombons ainda me restam?

16) Comprei 30 peças de roupa para revender. Na primeira saída eu estava com sorte e consegui vender 60%. Quantas peças de roupa eu vendi?

17) Em uma cesta eu possuía uma certa quantidade de ovos. As galinhas no meu quintal botaram 10% da quantidade dos ovos que eu tinha na cesta e nela os coloquei, mas por um azar meu, um objeto caiu sobre a dita cuja e 10% dos ovos foram quebrados. Eu tenho mais ovos agora ou inicialmente?

18) O aumento salarial de uma certa categoria de trabalhadores seria de apenas 6%, mas devido à intervenção do seu sindicato, esta mesma categoria conseguiu mais 120% de aumento sobre o percentual original de 6%. Qual foi o percentual de reajuste conseguido?

19) Quanto é 60% de 200% de 80%?

20) Quanto é 45% de 90% de 180?

21) Comprei um frango congelado que pesava 2,4kg. Após o descongelamento e de ter escorrido toda a água, o frango passou a pesar apenas 1,44kg. Fui lesado em quantos por cento do peso, por ter levado gelo a preço de frango?

22) Em uma população de 250 ratos, temos que 16% são brancos. Qual é o número de ratos brancos desta população?

23) Das 20 moedas que possuo em meu bolso, apenas 15% delas são moedas de um real.

Quantas moedas de um real eu possuo em meu bolso?

24) Dos 8 irmãos que possuo, apenas 12,5% são mulheres. Quantas irmãs eu possuo?

25) Tempos atrás o rolo de papel higiênico que possuiu por décadas 40 metros de papel, passou a possuir apenas 30 metros. Como o preço do rolo não sofreu alteração, tal artimanha provocou de fato um aumento de quantos por cento no preço do metro do papel?

26) Um guarda-roupa foi comprado a prazo, pagando-se R$ 2.204,00 pelo mesmo. Sabe-se que foi obtido um desconto de 5% sobre o preço de etiqueta. Se a compra tivesse sido à vista, o guarda-roupa teria saído por R$ 1.972,00. Neste caso, qual teria sido o desconto obtido?

Atividade

Exercício 1: (PUC-RIO 2010)
Em uma turma de Ciências da Computação formada de 40rapazes e 40 moças, tem-se a seguinte estatística:20% dos rapazes são fumantes;30% das moças são fumantes.Logo, a porcentagem dos que não fumam na turma é de:

A) 25%

B) 50%

C) 60%

D) 65%

E) 75%

Exercício 2: (PUC-RIO 2009)
Em um viveiro há várias araras.

- N 60% das araras são azuis,
- N 40% das araras são vermelhas,
- N 40% das araras azuis têm bico branco,
- N 30% das araras vermelhas têm bico branco.

Que porcentagem das araras do viveiro tem bico branco?

A) 10%

B) 12%

C) 24%

D) 36%

E) 40%

Exercício 3: (PUC-RIO 2009)
João recebeu um aumento de 10% e com isso seu salário chegou a R$1.320,00. O salário de João antes do aumento era igual a?

A) R$1.188,00

B) R$1.200,00

C) R$1.220,00

D) R$1.310,00

E) R$1.452,00

Exercício 4: (PUC-RIO 2007)
Que número deve ser somado ao numerador e ao denominador da fração 2/3 para que ela tenha um aumento de 25%?

A) 3

B) 1/3

C) 3/4

D) 1

E) 1/2

Exercício 5: (PUC-RIO 2007)
30% de 30% são:

A) 3000%.

B) 300%.

C) 900%

D) 9%.

E) 0,3%.

Exercício 6: (UDESC 2010)
Seu Antônio, um sujeito organizado e atento a promoções, decidiu pesquisar os preços de passagens aéreas, após ler a seguinte manchete:

"As medidas tomadas para aumentar a concorrência no setor aéreo já tiveram efeito. Os preços das passagens nacionais e internacionais baixaram. Esses preços podem ficar ainda menores se o consumidor se organizar." (O Globo, 12/05/2009)

Seu Antônio descobriu que certa empresa aérea estava operando o trajeto Florianópolis – São Paulo com um desconto de 40% durante o mês de novembro, e que esta empresa oferecia ainda um desconto adicional de 10%, às segundas-feiras. Ele então decidiu viajar em uma segunda-feira de novembro para economizar R$ 138,00, aproveitando esta promoção. O valor desta passagem, em reais, cobrado por esta empresa antes da promoção, era igual a:

A) 255,55

B) 215,62

C) 276,00

D) 313,63

E) 300,00

Exercício 7: (UDESC 2010)
No final do primeiro semestre deste ano, 40 acadêmicos participaram de uma pesquisa que objetivou analisar a frequência com que estes utilizaram o atendimento extraclasse do professor e/ou do monitor de uma determinada disciplina. Obteve-se o seguinte resultado: 20% dos acadêmicos procuraram atendimento tanto do professor quanto do monitor; 30% dos acadêmicos procuraram somente o atendimento do monitor; 15% dos acadêmicos não opinaram e 4 acadêmicos não procuraram atendimento do professor nem do monitor. Então o número de acadêmicos que procurou o atendimento somente do professor é igual a:

A) 24

B) 18

C) 8

D) 10

E) 20

Exercício 8: (UDESC 2008)
Com o início da temporada de turismo na ilha de Santa Catarina, observa-se uma alta de preços em vários produtos, principalmente no mês de janeiro. Veja na Tabela as diferenças de preços de alguns produtos observados no dia 30 de dezembro de 2007, em comparação com o de meses anteriores.

Produtos	Meses Anteriores	D
Cerveja	R$ 3,00	
Coquetel de frutas	R$ 10,00	
Milho cozido	R$ 2,00	
Água de coco	R$ 3,00	
Tomate (Kg)	R$ 0,95	
Corvina (Kg)	R$ 6,00	
Filé de peixe (Kg)	R$ 8,00	
Sorvete artesanal	R$ 4,50	
Gasolina (litro)	R$ 2,49	
Álcool (litro)	R$ 1,65	

Fonte: Jornal Diário Catarinense de 30 de dezembro de 2007, C

Segundo a Tabela 1, o conjunto de produtos que tiveram aumento entre 10% e 110% é compreendido por:

A) cerveja, coquetel de frutas, corvina e filé de peixe.

B) álcool, corvina, filé de peixe e sorvete artesanal.

C) sorvete artesanal, coquetel de frutas, corvina e filé de peixe.

D) sorvete artesanal, cerveja, coquetel de frutas e corvina.

E) filé de peixe, sorvete artesanal, coquetel de frutas e álcool.

Exercício 9: (UFMG 2010)

O preço de venda de determinado produto tem a seguinte composição: 60% referentes ao custo, 10% referentes ao lucro e 30% referentes a impostos. Em decorrência da crise econômica, houve um aumento de 10% no custo desse produto, porém, ao mesmo tempo, ocorreu uma redução de 20% no valor dos impostos. Para aumentar as vendas do produto, o fabricante decidiu, então, reduzir seu lucro à metade.

É CORRETO afirmar, portanto, que, depois de todas essas alterações, o preço do produto sofreu redução de:

A) 5%.

B) 10%.

C) 11%.

D) 19%.

Exercício 10: (UFMG 2009)
No período de um ano, certa aplicação financeira obteve um rendimento de 26%. No mesmo período, porém, ocorreu uma inflação de 20%. Então, é CORRETO afirmar que o rendimento efetivo da referida aplicação foi de:

A) 3%

B) 5%

C) 5,2%

D) 6%

Exercício 11: (UFMG 2008)
Após se fazer uma promoção em um clube de dança, o número de freqüentadores do sexo masculino aumentou de 60 para 84 e, apesar disso, o percentual da participação masculina passou de 30% para 24%. Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que o número de mulheres que freqüentam esse clube, após a promoção, teve um aumento de:

A) 76%.

B) 81%.

C) 85%.

D) 90%

Exercício 12: (FUVEST 2009)
Há um ano, Bruno comprou uma casa por R$ 50.000,00. Para isso, tomou emprestados R$ 10.000,00 de Edson e R$ 10.000,00 de Carlos, prometendo devolver-lhes o dinheiro, após um ano, acrescido de 5% e 4% de juros, respectivamente. A casa valorizou 3% durante este período de um ano.

Sabendo-se que Bruno vendeu a casa hoje e pagou o combinado a Edson e Carlos, o seu lucro foi de:

A) R$ 400,00

B) R$ 500,00

C) R$ 600,00

D) R$ 700,00

E) R$ 800,00

Exercício 13: (UFPR 2010)
Para testar a eficiência de um tratamento contra o câncer, foi selecionado um paciente que possuía um tumor de formato esférico, com raio de 3 cm. Após o início do tratamento, constatou-se, através de tomografias, que o raio desse tumor diminuiu a uma taxa de 2 mm por mês. Caso essa taxa de redução se mantenha, qual dos valores abaixo se aproxima mais do percentual do volume do tumor original que restará após 5 meses de tratamento?

A) 29,6%

B) 30,0%

C) 30,4%

D) 30,8%

E) 31,4%

Exercício 14: (UFPR 2009)

Numa empresa de transportes, um encarregado recebe R$ 400,00 a mais que um carregador, porém cada encarregado recebe apenas 75% do salário de um supervisor de cargas. Sabendo que a empresa possui 2 supervisores de cargas, 6 encarregados e 40 carregadores e que a soma dos salários de todos esses funcionários é R$ 57.000,00, qual é o salário de um encarregado?

A) R$ 2.000,00.

B) R$ 1.800,00.

C) R$ 1.500,00.

D) R$ 1.250,00.

E) R$ 1.100,00.

Exercício 15: (UFPB 2009)
Katienne tem duas opções de pagamento na compra de um fogão: sem juros, em quatro parcelas mensais iguais de R$350,00; ou à vista, com 15% de desconto. Nesse contexto, o preço desse fogão, à vista, é:

A) R$1.190,00

B) R$1.110,00

C) R$1.210,00

D) R$1.090,00

E) R$1.290,00

Divisão em Partes Diretamente Proporcionais

Às vezes nos deparamos com problemas que solicitam a divisão de um número em partes diretamente proporcionais a outro grupo de números.

A divisão de um número em partes diretamente proporcionais a outros números dados, consiste em se determinar as parcelas que são diretamente proporcionais a cada um dos números dados e que somadas, totalizam o número original.

A divisão do número **N** em partes **p_1**, **p_2**, **p_3**, ..., **p_n** diretamente proporcionais aos números reais, diferentes de zero **a_1**, **a_2**, **a_3**, ..., **a_n** respectivamente, baseia-se em encontrar a constante **K**, real não nula, tal que:

$$\begin{cases} p_1 = K \cdot a_1 \\ p_2 = K \cdot a_2 \\ p_3 = K \cdot a_3 \\ \dots \\ p_n = K \cdot a_n \\ \\ N = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n \end{cases}$$

Depois de calculado o valor da constante **K**, basta substituí-lo nas igualdades onde foi usado e realizar as contas para descobrir o valor de cada uma das partes.

Exemplos

Divida o número 630 em partes diretamente proporcionais a 6, 7, 8 e 9.

Conforme o explicado sabemos que:

- **p_1 = K . 6**
- **p_2 = K . 7**
- **p_3 = K . 8**
- **p_4 = K . 9**
- **p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 630**

Para encontrarmos o valor da constante **K** devemos substituir o valor de **p_1**, **p_2**, **p_3** e **p_4** na última igualdade:

Logo:

- **p_1 = 21 . 6 = 126**
- **p_2 = 21 . 7 = 147**
- **p_3 = 21 . 8 = 168**
- **p_4 = 21 . 9 = 189**

As partes procuradas são respectivamente 126, 147, 168 e 189.

Divida o número 140 em parcelas diretamente proporcionais a 2, 4 e 8.

Do enunciado tiramos que:

- **p_1 = K . 2**
- **p_2 = K . 4**
- **p_3 = K . 8**
- **p_1 + p_2 + p_3 = 140**

Para encontrarmos o valor da constante **K** devemos substituir o valor de **p_1**, **p_2** e **p_3** na última expressão:

Portanto:

- **p_1 = 10 . 2 = 20**
- **p_2 = 10 . 4 = 40**
- **p_3 = 10 . 8 = 80**

As parcelas procuradas são respectivamente 20, 40 e 80.

Divisão em Partes inversamente Proporcionais

A divisão do número **N** em partes **p_1**, **p_2**, **p_3**, ..., **p_n** inversamente proporcionais aos números reais, diferentes de zero **a_1**, **a_2**, **a_3**, ..., **a_n** respectivamente, baseia-se em encontrar a constante **K**, real não nula, tal que:

Depois de encontrado o valor da constante **K**, basta substituí-lo nas igualdades onde foi utilizada e realizar as contas para identificar o valor de cada uma das partes.

Exemplos

Divida o número 248 em partes inversamente proporcionais a 3, 5, 7 e 9.

Conforme o explicado sabemos que:

- $p_1 = K \cdot {}^1/_3$
- $p_2 = K \cdot {}^1/_5$
- $p_3 = K \cdot {}^1/_7$
- $p_4 = K \cdot {}^1/_9$
- $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 248$

Para encontrarmos o valor da constante **K** devemos substituir o valor de p_1, p_2, p_3 e p_4 na última igualdade:

Logo:

- $p_1 = 315 \cdot {}^1/_3 = 105$
- $p_2 = 315 \cdot {}^1/_5 = 63$
- $p_3 = 315 \cdot {}^1/_7 = 45$
- $p_4 = 315 \cdot {}^1/_9 = 35$

As partes procuradas são respectivamente 105, 63, 45 e 35.

Divida o número 36 em parcelas inversamente proporcionais a 6, 4 e 3.

Do enunciado tiramos que:

$p_1 = K \cdot {}^1/_6$
$p_2 = K \cdot {}^1/_4$
$p_3 = K \cdot {}^1/_3$
$p_1 + p_2 + p_3 = 36$

Para encontrarmos o valor da constante **K** devemos substituir o valor de p_1, p_2 e p_3 na última expressão:

Portanto:

$p_1 = 48 \cdot {}^1/_6 = 8$
$p_2 = 48 \cdot {}^1/_4 = 12$
$p_3 = 48 \cdot {}^1/_3 = 16$

As parcelas procuradas são respectivamente 8, 12 e 16.

Exercícios

1) Divida o número 51 em partes diretamente proporcionais a 2, 3, 5 e 7.

2) Divida o número 124 em parcelas diretamente proporcionais a 11, 7 e 13.

3) Divida o número 115 em partes inversamente proporcionais a 8, 3, 7 e 12.

4) Divida o número 662 em parcelas inversamente proporcionais a 14, 27 e 15.

5) Divida o número 600 em partes diretamente proporcionais a 12, 4, 2 e 6 e inversamente proporcionais a 6, 2, 3 e 18, respectivamente.

6) Divida o número 579 em partes diretamente proporcionais a 7, 4 e 8 e inversamente proporcionais a 2, 3 e 5, respectivamente.

7) Três trabalhadores devem dividir R$ 1.200,00 referentes ao pagamento por um serviço realizado. Eles trabalharam 2, 3 e 5 dias respectivamente e devem receber uma quantia diretamente proporcional ao número de dias trabalhados. Quanto deverá receber cada um?

8) Dois ambulantes obtiveram R$ 1.560,00 pela venda de certas mercadorias. Esta quantia deve ser dividida entre eles em partes diretamente proporcionais a 5 e 7, respectivamente. Quanto irá receber cada um?

9) Os três jogadores mais disciplinados de um campeonato de futebol amador irão receber um prêmio de R$ 3.340,00 rateados em partes inversamente proporcionais ao número de faltas cometidas em todo o campeonato. Os jogadores cometeram 5, 7 e 11 faltas. Qual a premiação referente a cada um deles respectivamente?

---

10) Um pai distribuiu 546 bolas de gude aos seus 2 filhos em partes diretamente proporcionais à média final na disciplina de matemática e em partes inversamente proporcionais ao número de faltas em todo o ano letivo. O primeiro filho teve média final 9 e faltou 8 vezes, enquanto que o segundo filho teve média final 8 e faltou 3 vezes. Quantas bolas de gude eles ganharam respectivamente?

Sistemas Lineares

Quando tratamos as **equações do 1° grau com duas variáveis** vimos que a equação $x + y = 20$ admite infinitas soluções, pois se não houver restrições como as do exemplo na página em questão, podemos atribuir qualquer valor a **x**, e para tornar a equação verdadeira, basta que calculemos **y** como sendo **20 - x**.

A equação $x - y = 6$ pelos mesmos motivos, em não havendo restrições, também admite infinitas soluções.

Como as equações $x + y = 20$ e $x - y = 6$ admitem infinitas soluções podemos nos perguntar:

Será que dentre estas soluções existem aquelas que são comuns às duas equações, isto é, que resolva ao mesmo tempo tanto a primeira, quanto à segunda equação?

Este é justamente o tema deste tópico que vamos tratar agora.

Métodos de Resolução

Há vários métodos para calcularmos a solução deste tipo de sistema. Agora veremos os dois mais utilizados, primeiro o **método da adição** e em seguida o **método da substituição**.

Método da Adição

Este método consiste em realizarmos a soma dos respectivos termos de cada uma das equações, a fim de obtermos uma equação com apenas uma incógnita.

Quando a simples soma não nos permite alcançar este objetivo, recorremos ao **princípio multiplicativo da igualdade** para multiplicarmos todos os termos de uma das equações por um determinado valor, de sorte que a equação equivalente resultante, nos permita obter uma equação com uma única incógnita.

A seguir temos outras explicações que retratam estas situações.

Quando o sistema admite uma única solução?

Tomemos como ponto de partida o sistema composto pelas duas equações abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Perceba que iremos eliminar o termo com a variável **y**, se somarmos cada um dos termos da primeira equação com o respectivo termo da segunda equação:

Agora de forma simplificada podemos obter o valor da incógnita **x** simplesmente passando o coeficiente **2** que multiplica esta variável, para o outro lado com a operação inversa, dividindo assim todo o segundo membro por **2**:

$$2x = 26 \Rightarrow x = \frac{26}{2} \Rightarrow x = 13$$

Agora que sabemos que **x = 13**, para encontrarmos o valor de **y**, basta que troquemos **x** por **13** na primeira equação e depois isolemos **y** no primeiro membro:

Escolhemos a primeira e não a segunda equação, pois se escolhêssemos a segunda, teríamos que realizar um passo a mais que seria multiplicar ambos os membros por **-1**, já que teríamos **-y** no primeiro membro e não **y** como é preciso, no entanto podemos escolher a equação que quisermos. Normalmente iremos escolher a equação que nos facilite a realização dos cálculos.

Observe também que neste caso primeiro obtivemos o valor da variável **x** e em função dele conseguimos obter o valor de **y**, porque isto nos era conveniente. Se for mais fácil primeiro encontrarmos o valor da segunda incógnita, é assim que devemos proceder.

Quando um sistema admite uma única solução dizemos que ele é um **sistema possível e determinado**.

Quando o sistema admite uma infinidade de soluções?

Vejamos o sistema abaixo:

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 4x + 2y = 20 \end{cases}$$

Note que somando todos os termos da primeira equação ao da segunda, não conseguiremos eliminar quaisquer variáveis, então vamos multiplicar os termos da primeira por **-2** e então realizarmos a soma:

Veja que eliminamos não uma das variáveis, mas as duas. O fato de termos obtido **0 = 0** indica que o sistema admite uma infinidade de soluções.

Quando um sistema admite uma infinidade de soluções dizemos que ele é um **sistema possível e indeterminado**.

Quando o sistema não admite solução?

Vejamos este outro sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -4x - 6y = -5 \end{cases}$$

Note que se somarmos os termos da primeira equação com os da segunda, também não conseguiremos eliminar nenhuma das variáveis, mas agora veja o que acontece se multiplicarmos por **2** todos os termos da primeira equação e realizarmos a soma das equações:

Obtivemos **0 = -3** que é inválido, este é o indicativo de que o sistema não admite soluções.

Quando um sistema não admite soluções dizemos que ele é um **sistema impossível**.

Método da Substituição

Este método consiste em elegermos uma das equações e desta isolarmos uma das variáveis. Feito isto substituímos na outra equação, a variável isolada pela expressão obtida no segundo membro da equação obtida quando isolamos a variável.

Este procedimento também resultará em uma equação com uma única variável.

O procedimento é menos confuso do que parece. A seguir veremos em detalhes algumas situações que exemplificam tais conceitos, assim como fizemos no caso do método da adição.

Quando o sistema admite uma única solução?

Para nos permitir a comparação entre os dois métodos, vamos utilizar o mesmo sistema utilizado no método anterior:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Vamos escolher a primeira equação e isolar a variável **x**:

$$x + y = 20 \Rightarrow x = 20 - y$$

Agora na segunda equação vamos substituir **x** por **20 - y**:

Agora que sabemos que **y = 7**, podemos calcular o valor de **x**:

$$x = 20 - y \Rightarrow x = 20 - 7 \Rightarrow x = 13$$

Quando o sistema admite uma infinidade de soluções?

Solucionemos o sistema abaixo:

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 4x + 2y = 20 \end{cases}$$

Este sistema já foi resolvido pelo método da adição, agora vamos resolvê-lo pelo método da substituição.

Por ser mais fácil e gerar em um resultado mais simples, vamos isolar a incógnita **y** da primeira equação:

$$2x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - 2x$$

Agora na outra equação vamos substituir **y** por **10 - 2x**:

Como obtivemos **0 = 0**, o sistema admite uma infinidade de soluções.

Quando o sistema não admite solução?

Novamente vamos solucionar o mesmo sistema utilizado no método anterior:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -4x - 6y = -5 \end{cases}$$

Observe que é mais viável isolarmos a variável **x** da primeira equação, pois o seu coeficiente **2** é divisor de ambos coeficientes do primeiro membro da segunda equação, o que irá ajudar nos cálculos:

$$2x + 3y = 1 \Rightarrow 2x = 1 - 3y \Rightarrow x = \frac{1 -}{2}$$

Agora substituímos **x** na segunda equação pelo valor encontrado:

Conforme explicado anteriormente, o resultado **0 = -3** indica que este sistema não admite soluções.

Os sistemas a seguir envolverão equações do 1º e do 2º grau, lembrando de que suas representações gráficas constituem uma reta e uma parábola, respectivamente. Resolver um sistema envolvendo equações desse modelo requer conhecimentos do método da substituição de termos. Observe as resoluções comentadas a seguir:

Exemplo 1

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Isolando x ou y na 2ª equação do sistema:

$x + y = 6$
$x = 6 – y$

Substituindo o valor de x na 1ª equação:

$x^2 + y^2 = 20$
$(6 – y)^2 + y^2 = 20$
$(6)^2 – 2 * 6 * y + (y)^2 + y^2 = 20$
$36 – 12y + y^2 + y^2 – 20 = 0$
$16 – 12y + 2y^2 = 0$
$2y^2 – 12y + 16 = 0$ (dividir todos os membros da equação por 2)

$y^2 – 6y + 8 = 0$

$\Delta = b^2 – 4ac$
$\Delta = (–6)^2 – 4 * 1 * 8$
$\Delta = 36 – 32$
$\Delta = 4$

a = 1, b = –6 e c = 8

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$y = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$y' = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y'' = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Determinando os valores de x em relação aos valores de y obtidos:

Para y = 4, temos:
$x = 6 – y$
$x = 6 – 4$
$x = 2$

Par ordenado (2; 4)

Para y = 2, temos:
$x = 6 – y$
$x = 6 – 2$
$x = 4$

Par ordenado (4; 2)

S = {(2: 4) e (4; 2)}

Exemplo 2

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 18 \\ x - y = -3 \end{cases}$$

Exercícios

1) Na geladeira de Ana há 15 litros de refrigerante, dispostos tanto em garrafas de um litro e meio, quanto de 600 ml. Qual é a

quantidade de garrafas de cada capacidade sabendo-se que são 13 garrafas no total?

2) Pedrinho comprou duas coxinhas e um refrigerante pelos quais pagou R$ 7,00. Seu irmão Joãozinho comprou uma coxinha e um refrigerante a mais, pagando R$ 11,50. Qual é o preço do refrigerante e o da coxinha?

3) Em uma prateleira há 42 produtos em embalagens de 400 g e de 500 g, num total de 18,5 kg. Quantas embalagens de 400 g precisam ser retiradas para que o número de embalagens de 400 g seja o mesmo que o número de embalagens de 500 g?

4) Um certo jogo possui fichas com duas ou quatro figuras cada uma. Um certo jogador possui 8 fichas com um total de 22 figuras. Quantas fichas de cada tipo possui este jogador?

5) Possuo R$ 2.300,00 em notas de R$ 50,00 e R$ 100,00, totalizando 30 notas. Quantas notas possuo de cada valor?

6) Comprando 5 unidades de um produto A mais 3 unidades de um produto B, terei que desembolsar R$ 90,00. Se eu comprar 15 unidades do produto A e 9 unidades do produto B, pagarei R$ 250,00. Qual é o preço unitário de cada um dos produtos?

7) No supermercado comprei arroz a R$ 2,00/kg e feijão a R$ 3,00/kg, pagando R$ 13,00. Na vendinha do seu Joaquim o arroz teria custado R$ 3,00/kg e o feijão R$ 4,50/kg, pagando R$ 19,50 no total. Quantos quilogramas foram comprados de cada item?

8) Em um pasto há tanto bois quanto cavalos, num total de 50 animais. Somando-se o número de patas de bois ao número de patas de cavalos, obtemos um total de 180 patas. Quantos cavalos temos no pasto, sabendo-se que todos os animais são normais?

9) Têm-se vários quadrados iguais e também vários triângulos iguais. Se destes tomarmos dois triângulos e quatro quadrados, a soma das suas áreas será igual a 784 cm^2, já se tomarmos apenas um triângulo e dois quadrados, a soma das suas áreas será igual a 392 cm^2. Qual é a área de cada um destes triângulos e quadrados?

---

10) A soma de dois números é 530 e a diferença entre eles é 178. Quais são estes números?

- **Questão 11**

Resolva o sistema a seguir utilizando números reais:

$$\begin{cases} 3x - y^2 = 4 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$$

- **Questão 12**

Resolva o sistema de equações utilizando números reais:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5x + y^2 = 1 \end{cases}$$

- **Questão 13**

Resolva o sistema de equações a seguir utilizando números reais:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

- **Questão 14**

Um determinado triângulo retângulo possui uma hipotenusa que mede 13 cm e seus catetos possuem dimensões desconhecidas, digamos que essas medidas podem ser chamadas de x e y. Descubra a área da região determinada por esse triângulo sabendo que seu perímetro é de 30 cm e que .
